

УДК 621.771.01

Штода М. Н.
Седов Д. К.**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ПРОКАТКИ ПРЯМОУГОЛЬНОГО
РАСКАТА НА НЕПРЕРЫВНОМ СТАНЕ В ЯЩИЧНЫХ КАЛИБРАХ**

В настоящее время определение контактного давления и силы прокатки обычно считают отдельным разделом, который не касается собственно калибровки валков. Многие технологи и калибровщики считают расчеты энергосиловых параметров не столь важными при проектировании калибровки. Это частично объясняет тот факт, что существующие методики расчета энергосиловых параметров дают довольно приблизительную оценку энергосиловых параметров, которая часто значительно отличается от реальных данных [1].

В большей степени все вышесказанное можно отнести к процессам прокатки сортовых и фасонных профилей на непрерывных станах. В этом случае верный расчет силовых условий затрудняется сложной конфигурацией поверхности контакта полосы с валками, а также сложностью расчета фактического сопротивления деформации и температуры прокатываемого металла.

Сложность расчетов заключается еще и в глубокой взаимосвязи перечисленных факторов, например: во время деформации металла часть затраченной энергии выделяется в виде тепла и это количество зависит от напряжения сопротивления деформации, в тоже время, напряжение сопротивления деформации зависит от температуры металла и т. д.

Современные практические задачи технологии сортовой прокатки требуют теоретического решения на уровне, позволяющем прогнозировать трехмерное формоизменение и напряженное состояние в калибрах. При этом решение должно учитывать сложную пространственную форму заготовки и валков, реальные свойства материала, трение на поверхности взаимодействия металла с валками, тепловые процессы и ряд других факторов [2]. Решение этих вопросов экспериментальными методами в настоящее время достаточно дорого и требует больших затрат времени. Это обстоятельство делает актуальным разработку математических моделей трехмерных процессов прокатки профилей в калибрах.

Среди предложенных сегодня математических моделей для расчета энергосиловых параметров процесса непрерывной сортовой прокатки следует выделить, как наиболее удачную, модель, описанную в работе [3], основной недостаток которой – это расчет не по фактической деформации, а на основании замены реальных сечений приведенными прямоугольными полосами.

Целью работы является разработка математической модели процесса прокатки прямоугольных полос в ящичных калибрах в условиях непрерывного прокатного стана, которая может быть использована при расчетах энергосиловых параметров.

Рассмотрим процесс прокатки прямоугольной полосы в ящичном калибре. Очаг деформации представлен на рисунке 1.

По характеру напряженного и деформированного состояний очаг деформации (рис. 1) можно разделить на три участка: 1) участок с валками постоянного радиуса – по дну калибра (участок 1); 2) участок перехода от дна до стенок калибра – радиус скругления (участок 2); 3) стенки калибра – выпуск (участок 3). Кроме названных участков геометрического очага деформации в случае переполнения калибра могут появиться еще два дополнительных участка: в зоне перехода выпуска калибра в горизонтальный участок в месте зазора между валками (участок 7) и горизонтальный участок в месте зазора между валками (участок 8). Все участки геометрического очага деформации показаны на рисунке 1.

При разработке математической модели процесса прокатки прямоугольной полосы в ящичном калибре для упрощения рассматриваем четверть очага деформации, что допускается в связи с симметрией профиля относительно обеих осей поперечного сечения.

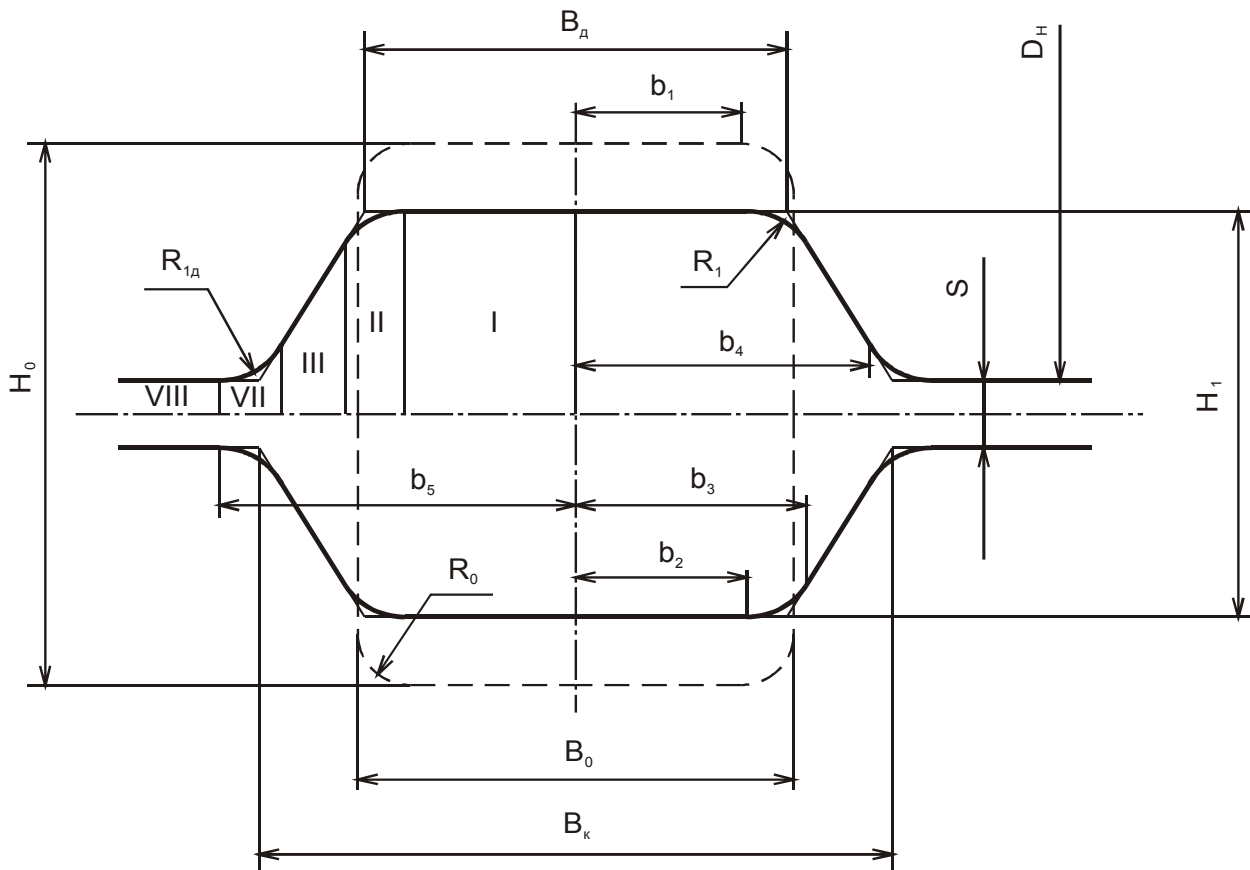


Рис. 1. Схема очага деформации при прокатке прямоугольной полосы в ящичном калибре

Уравнения поверхностей валков активных участков геометрического очага деформации, при разложении в ряд Маклорена по степеням x , при квадратичном приближении имеют вид:

$$S_{z_{k_i}} = h_{y_i} + \frac{x^2}{2R_{y_i}}, \tag{1}$$

где i – индекс, обозначающий номер соответствующего участка;

h_{y_i} – расстояние от горизонтальной оси поперечного сечения профиля до поверхности валка в сечении выхода полосы из геометрического очага деформации;

R_{y_i} – радиус валков в рассматриваемом сечении (на расстоянии y от вертикальной оси калибра).

$$\left. \begin{aligned} h_{y_1} &= \frac{H_1}{2}; & R_{y_1} &= \frac{1}{2}(D_H + S - H_1); \\ h_{y_2} &= \frac{H_1}{2} - B_2(y^2 - b_2^2); & R_{y_2} &= A_2 + B_2y^2; \\ h_{y_3} &= h_3 - B_3(y - b_3); & R_{y_3} &= A_3 + B_3y; \\ h_{y_7} &= h_4 - B_7(b_4^2 - y^2); & R_{y_7} &= A_7 + B_7y^2; \\ h_{y_8} &= \frac{S}{2}; & R_{y_8} &= \frac{D_H}{2}, \end{aligned} \right\} \tag{2}$$

где:

$$\begin{aligned} B_2 &= \frac{H_1/2 - h_3}{b_3^2 - b_2^2}; & A_2 &= \frac{1}{2}(D_n + S - H_1) - B_2 b_2^2; \\ B_3 &= \frac{h_3 - S}{B_k/2 - b_3}; & A_3 &= \frac{1}{2}(D_n + S) - h_3 - B_3 b_3; \\ B_4 &= \frac{h_4 - S/2}{b_5^2 - b_4^2}; & A_4 &= \frac{1}{2}(D_n + S) - h_4 - B_4 b_4^2. \end{aligned}$$

Длину геометрического очага деформации ℓ_d определяем как линию пересечения горизонтального участка заготовки с горизонтальным участком калибра:

$$\ell_d = \sqrt{\frac{1}{2}(H_0 - H_1)(D_n + S - H_1)}. \quad (3)$$

При выводе зависимостей, описывающих скорости течения металла в очаге деформации, используем гипотезу плоских сечений, что существенно упрощает математические способы решения поставленной задачи.

В соответствии с граничными условиями процесса прокатки и при ограничении полиномом пятой степени, для продольной составляющей скорости течения частиц металла имеем следующую зависимость:

$$v_x = -v_l \left[1 - k \left(10 \frac{x^3}{\ell_0^3} - 15 \frac{x^4}{\ell_0^4} + 6 \frac{x^5}{\ell_0^5} \right) \right], \quad (4)$$

где v_l – продольная скорость течения металла в сечении выхода полосы из валков в вершине калибра (при $y = 0$);

k – безразмерный коэффициент, зависящий от значения коэффициента вытяжки полосы;

ℓ_0 – длина физического очага деформации.

$$k = 1 - \frac{1}{\lambda}, \quad (5)$$

где λ – коэффициент вытяжки, варьируемый параметр.

После определения уравнений поверхности валков и уравнения продольной составляющей скорости течения металла переходим к определению поперечной составляющей скорости течения металла. Она находится из условия несжимаемости материала полосы и следующих граничных условий:

$$\left. \begin{aligned} v_{y_1} &= 0 & \text{при } y &= 0; \\ v_{y_2} &= v_{y_1} & \text{при } y &= b_2; \\ v_{y_3} &= v_{y_2} & \text{при } y &= b_3; \\ v_{y_4} &= v_{y_3} & \text{при } y &= b_4; \\ v_{y_5} &= v_{y_4} & \text{при } y &= b_5. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Отсюда составляющие скорости поперечного сечения для всех участков геометрического очага деформации:

$$\begin{aligned}
v_{y_1} &= -\frac{y}{S_{z_{k1}}} \left[\xi_{xx} S_{z_{k1}} - v_x \frac{\partial S_{z_{k1}}}{\partial x} \right]; \\
v_{y_2} &= -\frac{I}{S_{z_{k2}}} \left\{ b_2 \left[\xi_{xx} S_{z_{k1}} - v_x \frac{\partial S_{z_{k1}}}{\partial x} \right] + \xi_{xx} \left[\frac{H_1}{2} (b_2 - y) + B_2 \left[b_2^2 (b_2 - y) - \frac{I}{3} (b_2^3 - y^3) \right] \right] + \right. \\
&\quad \left. + \frac{x}{\sqrt{A_2 B_2}} \left(v_x + \xi_{xx} \frac{x}{2} \right) \left[\arctg \left(\sqrt{\frac{B_2}{A_2}} b_2 \right) - \arctg \left(\sqrt{\frac{B_2}{A_2}} y \right) \right] \right\}; \\
v_{y_3} &= -\frac{I}{S_{z_{k3}}} \left\{ v_{y_2} \Big|_{y=b_3} S_{z_{k3}} \Big|_{y=b_3} + \xi_{xx} \left[(h_3 + B_3) (b_3 - y) + \frac{B_3}{2} (b_3^2 - y^2) \right] + \right. \\
&\quad \left. + \frac{x}{B_3} \left(v_x - \xi_{xx} \frac{x}{2} \right) \ell n \left| I + \frac{B_3 (y - b_3)}{\frac{1}{2} (D_H + S) - h_3} \right| \right\}; \\
v_{y_7} &= -\frac{I}{S_{z_{k7}}} \left\{ v_{y_3} \Big|_{y=b_4} S_{z_{k7}} \Big|_{y=b_4} + \xi_{xx} \left[(h_4 - B_7 b_4^2) (y - b_4) - \frac{B_7}{3} (b_4^3 - y^3) \right] + \right. \\
&\quad \left. + \frac{x}{\sqrt{A_7 B_7}} \left(v_x + \xi_{xx} \frac{x}{2} \right) \left[\arctg \left(\sqrt{\frac{B_7}{A_7}} b_4 \right) - \arctg \left(\sqrt{\frac{B_7}{A_7}} y \right) \right] \right\}; \\
v_{y_8} &= -\frac{I}{S_{z_{k8}}} \left\{ v_{y_7} \Big|_{y=b_5} S_{z_{k8}} \Big|_{y=b_5} + \left(\xi_{xx} S_{z_{k8}} + v_x \frac{\partial S_{z_{k8}}}{\partial x} \right) (b_5 - y) \right\}, \tag{7}
\end{aligned}$$

где ξ_{xx} – скорость изменения формы полосы в продольном направлении.

$$\xi_{xx} = 30v_1 k \left(\frac{x^2}{\ell_0^3} - 2 \frac{x^3}{\ell_0^4} + \frac{x^4}{\ell_0^5} \right). \tag{8}$$

Вертикальные составляющие скорости течения частиц металла для геометрического очага деформации находятся, исходя из условия непроницаемости металла в тело валков. Если ограничиться линейной зависимостью для вертикальной составляющей скорости течения частиц металла, то для всех участков геометрического очага деформации получим:

$$\begin{aligned}
v_{z_1} &= v_x \frac{\partial S_{z_{k1}}}{\partial x} \frac{z}{S_{z_{k1}}}; \\
v_{z_2} &= \left(v_x \frac{\partial S_{z_{k2}}}{\partial x} + v_{y_2} \frac{\partial S_{z_{k2}}}{\partial y} \right) \frac{z}{S_{z_{k2}}}; \\
v_{z_3} &= \left(v_x \frac{\partial S_{z_{k3}}}{\partial x} + v_{y_3} \frac{\partial S_{z_{k3}}}{\partial y} \right) \frac{z}{S_{z_{k3}}}; \\
v_{z_7} &= \left(v_x \frac{\partial S_{z_{k7}}}{\partial x} + v_{y_7} \frac{\partial S_{z_{k7}}}{\partial y} \right) \frac{z}{S_{z_{k7}}}; \\
v_{z_8} &= v_x \frac{\partial S_{z_{k8}}}{\partial x} \frac{z}{S_{z_{k8}}}.
\end{aligned} \tag{9}$$

Далее определяем поперечные составляющие течения частиц металла для задней внешней зоны очага деформации, приняв квадратичное приближение и исходя из граничных условий:

$$\left. \begin{aligned} v_{y_4} \Big|_{x=\ell_d} &= v_{y_1} \Big|_{x=\ell_d}; & \xi_{yy_4} \Big|_{x=\ell_d} &= \xi_{yy_1} \Big|_{x=\ell_d}; \\ v_{y_4} \Big|_{x=\ell_0} &= \frac{\partial v_{y_4}}{\partial x} \Big|_{x=\ell_0} = \frac{\partial v_{y_4}}{\partial z} \Big|_{x=\ell_0} = \xi_{yy_4} \Big|_{x=\ell_0} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где ξ_{yy_1} и ξ_{yy_4} – скорости изменения формы полосы в поперечном направлении, соответственно для первого и четвертого участков.

Получим:

$$v_{y_4} = v_{y_1} \Big|_{x=\ell_d} \left(\frac{\ell_0 - x}{\ell_0 - \ell_d} \right)^2. \quad (11)$$

Аналогично имеем:

$$v_{y_5} = v_{y_2} \Big|_{x=\ell_d} \left(\frac{\ell_0 - x}{\ell_0 - \ell_d} \right)^2;$$

$$v_{y_6} = v_{y_3} \Big|_{x=\ell_d} \left(\frac{\ell_0 - x}{\ell_0 - \ell_d} \right)^2.$$

Вертикальные составляющие течения частиц металла для внешней задней зоны находятся из условия несжимаемости материала полосы. Имеем:

$$\begin{aligned} v_{z_4} &= -(\xi_{xx} + \xi_{yy_4})z; \\ v_{z_5} &= -(\xi_{xx} + \xi_{yy_5})z; \\ v_{z_6} &= -(\xi_{xx} + \xi_{yy_6})z. \end{aligned} \quad (12)$$

Таким образом, получено поле скоростей перемещений частиц металла для случая прокатки прямоугольной полосы в ящичном калибре с учетом задней внешней зоны.

Зная поле скоростей перемещений в очаге деформации, определяем компоненты тензора скоростей деформации.

Интенсивность скоростей деформаций сдвига определяется по формуле:

$$H_i = \frac{2}{\sqrt{6}} \sqrt{(\xi_{xx} - \xi_{yy_i})^2 + (\xi_{yy} - \xi_{zz_i})^2 + (\xi_{zz_i} - \xi_{xx})^2 + 6(\xi_{xy_i}^2 + \xi_{yz_i}^2 + \xi_{xz_i}^2)}, \quad (13)$$

где i – номер участка очага деформации.

Затем для жестко-пластической среды составляем вариационное уравнение, при решении которого методом поиска на сетке параметров получаем значения варьируемых параметров: a_1 – коэффициент опережения; λ – коэффициент вытяжки и a_2 – коэффициент протяженности задней внешней зоны физического очага деформации:

$$a_1 = \frac{v_1}{v_8}, \quad (14)$$

где v_6 – линейная скорость валков при $y = 0$.

$$\lambda = \frac{v_I}{v_0}, \quad (15)$$

где v_0 – продольная скорость течения частиц металла на входе в очаг деформации.

$$a_2 = \frac{\ell_0}{\ell_d}. \quad (16)$$

При решении вариационного уравнения наложено следующее ограничение:

$$N - N_{np} = 0, \quad (17)$$

где N – сумма мощностей внутренних сил, сил трения и сил, действующих в плоскостях среза, для всех участков физического очага деформации;

N_{np} – мощность, подводимая валками.

В результате решения вариационной задачи получают значения мощности деформации $N_{деф}$, мощности сил трения на контакте металла с валками $N_{тр}$, мощности сил среза между зонами очага деформации $N_{ср}$ и мощности, подводимой валками $N_{вал}$, которые используют в дальнейших расчетах при определении температуры металла и напряжения сопротивления деформации по длине стана в соответствии с методикой, описанной в работе [3].

ВЫВОДЫ

С использованием вариационного метода разработана математическая модель процесса прокатки прямоугольных полос в ящичных калибрах в условиях непрерывного прокатного стана, которая может быть использована при расчетах энергосиловых параметров. Достоинство предложенного метода заключается в том, что расчет силовых условий процесса осуществляется одновременно с расчетом деформационного состояния металла. Это позволяет определить силу, момент и мощность прокатки с учетом большего количества технологических параметров и реальной деформации, а не по средним величинам обжатий. Разработанная методика определения энергосиловых параметров может быть использована при расчете энергосиловых параметров черновых групп клетей непрерывных сортопрокатных станов, где используются системы ящичных калибров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Илюкович Б. М. Теоретические основы механики деформируемой сплошной среды / Б. М. Илюкович, М. К. Измайлова, Н. Е. Нехаев. – Днепропетровск : Днепр-ВАЛ, 2005. – Том I. – 363 с.
2. Компьютерное моделирование процессов обработки металлов давлением. Численные методы / В. Н. Данченко, А. А. Миленин, В. И. Кузьменко, В. А. Гринкевич. – Днепропетровск : Системные технологии, 2005. – 448 с.
3. Жучков С. М. Управление температурным режимом непрерывной сортовой прокатки (Теоретические и технологические основы) / С. М. Жучков, Л. В. Кулаков, А. П. Лохматов. – М. : Теплотехник, 2008. – 144 с.

Штода М. Н. – канд. техн. наук, доц. ДГТУ;

Седов Д. К. – магистр ДГТУ.

ДГТУ – Днепродзержинский государственный технический университет,
г. Днепродзержинск.

E-mail: omd@dstu.dp.ua